

ГБУ ДО Центр “Интеллект”
Олимпиада по математике, 6 класс
 2021 г.

1. В языке племени “ОРОГОД” есть всего три слога О, РО и ГОД. Словом считается любая последовательность этих слогов (слоги могут повторяться, а также не обязательно использовать все слоги). Сколько различных слов длиной 4 буквы в языке этого племени?
2. Встретились как-то раз рыцарь, лжец, вредина и повторюша. Рыцарь всегда говорит правду, лжец всегда врет. Вредина говорит правду, если высказывание перед ним было ложным, и врет, если перед ним сказали правду. А повторюша, наоборот, говорит правду после правды и врет после лжи. Если вредина говорит первым, то он врет, а если повторюша говорит первым, то он говорит правду. Первый сказал: “Я вредина”. Второй ему ответил: “А я не рыцарь”. “Потому что я рыцарь!” — заявил третий. “Ну а я не лжец” — подытожил четвертый. Определите, сколько человек сказали правду.
3. К числу разрешается применять операции: либо умножить его на 2, либо переставить в нём цифры (в любом порядке). Можно ли с помощью нескольких таких операций из 1 получить 147?
4. По кругу установлены четыре тумблера на четыре положения (см. рисунок 1 в конце страницы). Три из них установлены в положение “1”, а четвертый — в положение “4”. За один ход можно повернуть либо по часовой стрелке на одно деление два соседних тумблера, либо против часовой стрелки на одно деление два противоположных. Можно ли установить все тумблеры в положение “3”?
5. В таблице 6×6 натуральные числа расставлены так, что если посчитать все суммы по строкам, то получится 6 последовательных натуральных чисел. Могло ли получиться так, что все суммы чисел по столбцам равны?
6. В стране 6 городов и 8 дорог, соединяющих эти города (каждая дорога соединяет два города; из одного города в другой есть не более одной дороги). Также известно, что из каждого города выходит хотя бы одна дорога. Докажите, что из каждого города можно попасть в любой другой город, перемещаясь по дорогам.
7. Каких чисел среди первых 100000 натуральных больше: с суммой цифр 19 или с суммой цифр 26?
8. Сколько есть способов разрезать полоску 2×10 клеток на прямоугольники из двух клеток?
9. Разрежьте фигуру (см. рисунок 2 в конце страницы) на шесть фигур одинаковой формы и одинаковой площади так, чтобы каждая содержала разное число закрашенных клеток.
10. В однокруговом футбольном турнире приняли участие 7 команд. За каждый выигрыш команда получает 3 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0 очков. По итогам турнира команды “Альфа” и “Бета”, занявшие первые два места, набрали по k очков. Причем оказалось, что нет такой команды, которая бы проиграла и “Альфе”, и “Бете”. Какое наибольшее значение может принимать k ?

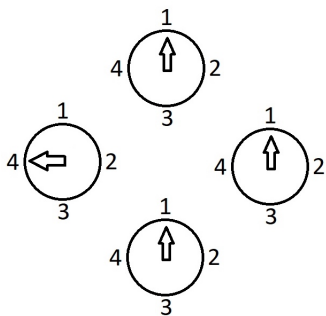


Рис. 1: Четыре тумблера к задаче 4.

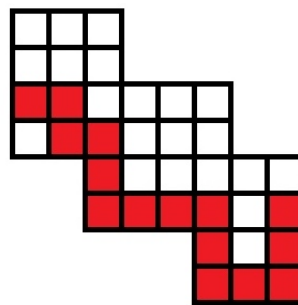


Рис. 2: Фигура к задаче 9.